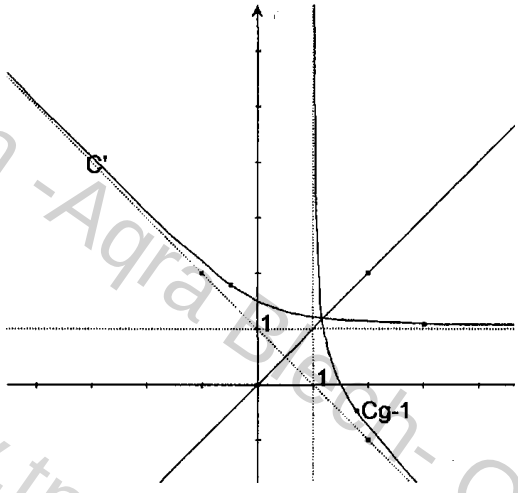
- position relative de (C') et Δ_1

$$\left.\begin{array}{l} g(x)-1=\dfrac{1}{2}\sqrt{x^2+1}-\dfrac{1}{2}x=\dfrac{1}{2}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right) \\ x^2+1>x^2\Rightarrow\sqrt{x^2+1}>|x|\Rightarrow\sqrt{x^2+1}>x \end{array}\right\rangle \Rightarrow g(x)-1>0$$ (C') est au dessus de Δ_1

- position relative de (C') et Δ_2

$$\left.\begin{array}{l} g(x)-(-x+1)=\dfrac{1}{2}\left(\sqrt{x^2+1}+x\right) \\ \sqrt{x^2+1}>|x|\Rightarrow\sqrt{x^2+1}>-x \end{array}\right\rangle \Rightarrow g(x)-(-x+1)>0$$ (C') est au dessus de Δ_2

3) a)



b) g est continue et strictement décroissante sur IR , elle réalise donc une bijection de IR sur g(IR)=]1,+∞[

c) on pose $y=g^{-1}(x)$ avec x>1 , y∈ $\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow g(y)=x\Leftrightarrow\frac{-1}{2}y+1+\frac{1}{2}\sqrt{y^2+1}=x\Leftrightarrow\sqrt{y^2+1}=2x+y-2$$

$$\Leftrightarrow y^2+1=4x^2+4xy-8x+y^2-4y+4\Leftrightarrow(4x-4)y=1-4(x^2-2x+1)$$

$$\Leftrightarrow y=\frac{1}{4x-4}-\frac{x^2-2x+1}{x-1}\Leftrightarrow y=\frac{1}{4x-4}-\frac{(x-1)^2}{x-1}\Leftrightarrow y=\frac{1}{4x-4}-(x-1)$$

d'où $g^{-1}(x)=\dfrac{1}{4x-4}-(x-1)$

d) $(C_{g^{-1}})=S_\Delta(C')$ avec Δ :y=x

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn